

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Заведующий кафедрой
функционального анализа
и операторных уравнений

 Каменский М.И.
подпись, расшифровка подписи
11.04.2024

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.43 Математическая логика

- 1. Код и наименование специальности:** 01.05.01 Фундаментальная математика и механика
- 2. Специализация:** Современные методы теории функций в математике и механике, Теория функций и приложения
- 3. Квалификация выпускника:** Математик. Механик. Преподаватель
- 4. Форма образования:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Составители программы:** Прядко Ирина Николаевна, к.ф.-м.н.
- 7. Рекомендована:** научно-методическим советом математического факультета, 28.03.2024 Протокол № 0500-03
- 8. Учебный год:** 2024-2025

Семестр(ы): второй

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Цели изучения дисциплины:

- формирование системы знаний о понятиях и методах математической логики;
- формирование представлений о проблемах оснований математики и роли математической логики в их решении,
- изучение студентами основ математической логики, а также приобретение необходимых навыков работы с информационными, логическими и алгоритмическими объектами, которые рассматриваются в курсе.

Задачи учебной дисциплины:

- ознакомить студентов с основами математической логики, сформировать мировоззрение и развить логическое мышление;
- дать студентам знания систем основных математических структур и аксиоматических методов;
- сформировать представления об универсальном характере законов логики математических рассуждений, их применимости в различных областях человеческой деятельности;
- развить алгоритмическую и математическую культуру.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина относится к обязательной части блока Б1.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Математическая логика» – теория множеств.

Дисциплина «Математическая логика» является необходимой для усвоения учебных курсов по функциональному анализу и компьютерным наукам.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

| Код | Название компетенции | Код(ы) | Индикатор(ы) | Планируемые результаты обучения |
|-------|--|---------|--|--|
| ОПК-1 | Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики | ОПК-1.1 | Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук | Знать: базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук Уметь: использовать базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук Владеть навыками математического и статистического моделирования при построении моделей |

| | | | |
|--|--|---------|--|
| | | | физических процессов и явлений и использовать их в профессиональной деятельности |
| | | ОПК-1.2 | <p>Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности</p> <p>Знать: методы решения задач в области математических и (или) естественных наук. Уметь оценивать и формулировать актуальные и значимые проблемы математики. Владеть: способностью оценивать и формулировать актуальные задачи профессиональной деятельности, принимать правильное решение на основе теоретических знаний</p> |
| | | ОПК-1.3 | <p>Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p> <p>Знать: базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук Уметь: использовать базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук Владеть навыками математического и статистического моделирования при построении моделей физических процессов и явлений и использовать их в профессиональной деятельности</p> |

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 4/144

Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

| Вид учебной работы | | Трудоемкость | |
|---|--------------|--------------|--------------|
| | | Всего | По семестрам |
| | | | № 2 |
| Аудиторные занятия | | 50 | 50 |
| в том числе: | лекции | 16 | 16 |
| | практические | 34 | 34 |
| | лабораторные | 0 | 0 |
| Самостоятельная работа | | 58 | 58 |
| в том числе: курсовая работа (проект) | | | |
| Форма промежуточной аттестации (экзамен – ___ час.) | | 36 | 36 |
| Итого: | | 144 | 144 |

13.1. Содержание дисциплины

| п/п | Наименование раздела дисциплины | Содержание раздела дисциплины | Реализация раздела дис- |
|-----|---------------------------------|-------------------------------|-------------------------|
|-----|---------------------------------|-------------------------------|-------------------------|

| | | | |
|--------------------------------|------------------------|--|---|
| | | | циплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК * |
| 1. Лекции | | | |
| 1.1 | Логика высказываний | Определение логического следствия. Язык логики высказываний. Следствие в логике высказываний. Основные теоремы логики высказываний. | https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5547 |
| 1.2 | Логика предикатов | Язык прикладной логики предикатов. Следствие в прикладной логике предикатов. Основные теоремы логики предикатов. | https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5547 |
| 1.3 | Аксиоматические теории | Аксиоматическая арифметика. Логические исчисления и формальная арифметика | https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5547 |
| 2. Практические занятия | | | |
| 2.1 | Логика высказываний | Язык логики высказываний. Формализация. Проверка логического следствия. Следствие в теории. | https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5547 |
| 2.2 | Логика предикатов | Формализация. ЕА-формализация. Проверка логического следствия. Построение совершенных нормальных форм. Анализ и синтез контактных схем. Силлогизмы Аристотеля. | https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5547 |
| 2.3 | Аксиоматические теории | Язык прикладной логики предикатов. Следствие в прикладной логике предикатов. Формализация. | https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5547 |
| 3. Лабораторные занятия | | | |

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины | Виды занятий (количество часов) | | | | Всего |
|-------|--|---------------------------------|--------------|--------------|------------------------|-------|
| | | Лекции | Практические | Лабораторные | Самостоятельная работа | |
| 1 | Логика высказываний | 4 | 10 | | 18 | 32 |
| 2 | Логика предикатов | 8 | 16 | | 22 | 46 |
| 3 | Аксиоматические теории | 4 | 8 | | 18 | 30 |
| | Итого: | 16 | 34 | | 58 | 108 |

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются задачи по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

Самостоятельная учебная деятельность студентов предполагает выполнение следующих заданий:

1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам 1-3 с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;

2) подготовку к текущим аттестациям: выполнение домашних заданий, самостоятельное освоение понятийного аппарата по каждой теме.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (2 семестр – экзамен).

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс «Математическая логика» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5547>) на портале «Электронный университет ВГУ».

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|--|
| 1. | Яблонский С.В. Введение в дискретную математику : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Прикладная математика" / С.В. Яблонский ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова .— Изд. 4-е, стер. — М. : Высш. шк., 2006 .— 384 с. (и все предыдущие издания) |
| 2. | Лихтарников Л. М. Математическая логика : Курс лекций: Задачник-практикум и решения : [Учебное пособие для студ. вузов по мат. специальностям] / Л.М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева .— СПб. : Лань, 1999 .— 285 (и все предыдущие издания) |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|---|
| 3. | Ершов Ю. Л. Математическая логика : Учебное пособие / Ю.Л. Ершов, Е.А. Палютин .— 3- |

| | |
|----|--|
| | е изд., стер. — СПб. и др. : Лань, 2004 .— 336 с. (и все предыдущие издания) |
| 4. | Лавров И. А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов : [учебное пособие] / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова .— Изд. 5-е, испр. — М. : Физматлит, 2004 .— 255 с. (и все предыдущие издания) |
| 5. | Математическая логика /Логика высказываний/ [Электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу : пособие для студентов специальностей 01.03.01, 01.05.01, 02.03.01 : [для студентов 1 к. днев. отд-ния] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-210.pdf >. |
| 6. | Математическая логика /Логика предикатов/ [Электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу : пособие для студентов специальностей 01.03.01, 01.05.01, 02.03.01 : [для 1 к. днев. отд-ния] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-211.pdf >. |

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

| № п/п | Источник |
|-------|---|
| 7. | Лань : электронно-библиотечная система. https://e.lanbook.com/books |
| 8. | Электронный Каталог ЗНБ ВГУ https://lib.vsu.ru/zgate?Init+lib.xml,simple.xsl+rus |
| 9. | Образовательный портал "Электронный университет ВГУ" https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16087 |

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

| № п/п | Источник |
|-------|--|
| 1. | Математическая логика /Логика высказываний/ [Электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу : пособие для студентов специальностей 01.03.01, 01.05.01, 02.03.01 : [для студентов 1 к. днев. отд-ния] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-210.pdf >. |
| 2. | Математическая логика /Логика предикатов/ [Электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу : пособие для студентов специальностей 01.03.01, 01.05.01, 02.03.01 : [для 1 к. днев. отд-ния] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-211.pdf >. |

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Информационная лекция, практическое занятие самостоятельное изучение лекционного материала на основе предлагаемых электронных учебников, практическое домашнее задание, контрольная работа, экзамен

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: Учебная аудитория: специализированная мебель

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

| № п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Компетенция(и) | Индикатор(ы) достижения компетенции | Оценочные средства |
|--|--|----------------|-------------------------------------|---|
| 1 | Логика высказываний | ОПК-1 | ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 | Домашнее задание, контрольная работа |
| 2 | Логика предикатов | ОПК-1 | ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 | Домашнее задание, контрольная работа |
| 3 | Аксиоматические теории | ОПК-1 | ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 | Домашнее задание, контрольная работа |
| Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен | | | | Перечень вопросов Практическое задание |

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: *проверка домашнего задания, контрольная работа*

Пример контрольной работы № 1

Тема Логика высказываний. Введение в алгебру логики.

Вариант 1

Задание 1 Сформулировать определение высказывания.

Задание 2 Сформулировать законы де Моргана.

Задание 3 Сформулировать законы дистрибутивности и доказать один из них.

Задание 4 Формализовать и проверить: «Для того, чтобы элемент x не принадлежал множеству A , достаточно, чтобы он не принадлежал множеству B . Если x принадлежит множеству C , то он принадлежит A или B . Чтобы x принадлежал множеству B , необходимо, чтобы он принадлежал C . Следовательно, x принадлежит B , если и только если он принадлежит C ».

Вариант 2

Задание 1 Сформулировать определение предиката.

Задание 2 Сформулировать закон исключенного третьего.

Задание 3 Сформулировать законы дистрибутивности и доказать один из них.

Задание 4 Формализовать и проверить: «Для того, чтобы элемент a принадлежал множеству M , необходимо, чтобы ему принадлежал элемент b или элемент c . Если $b \in M$, то и $a \in M$. Чтобы элемент c не принадлежал M , достаточно, чтобы этому множеству не принадлежал элемент b . Следовательно, $a \in M$ тогда и только тогда, когда $b \in M$ ».

Пример контрольной работы № 2

Тема Замкнутость и полнота систем булевых функций. Логика предикатов

Вариант 1

Задание 1 Сформулировать определение ограниченных кванторов.
 Задание 2 Сформулировать аксиомы следования Пеано.
 Задание 3 Сформулировать и доказать (одно) правила пронесения кванторов через конъюнкцию.

Задание 4 Формализовать и проверить: «Утверждения $Q(a, c)$ и $R(a, c, z)$ оба справедливы при некотором a . Для любых a и b и любого x , удовлетворяющего условию $P(x)$, утверждение $R(a, b, x)$ выполняется в том и только том случае, когда не справедливо $Q(a, b)$. Следовательно, $P(z)$ ложно».

Вариант2

Задание 1 Сформулировать правила общности.
 Задание 2 Сформулировать аксиомы сложения и умножения.
 Задание 3 Сформулировать и доказать (одно) правила пронесения кванторов через отрицание.

Задание 4 Формализовать и проверить: «Любое x , удовлетворяющее неравенству $x > p$, принадлежит множеству M . Неравенство $x < s$ ложно для всех элементов $x \in M$. Следовательно, любой элемент x , удовлетворяющий неравенству $x < s$, не удовлетворяет неравенству $x > p$ ».

| Критерии оценивания компетенций | Уровень сформированности компетенций | Шкала оценок |
|---|--------------------------------------|----------------------------|
| <i>Обучающийся в полной мере владеет теоретическими основами дисциплины, умеет связать теорию с практикой, умеет доказывать теоремы и решать задачи, владеет математическим аппаратом при решении задач</i> | <i>Повышенный уровень</i> | <i>Отлично</i> |
| <i>Обучающийся владеет теоретическими основами дисциплины; в целом, умеет связать теорию с практикой, умеет доказывать теоремы, но допускает незначительные ошибки, неточности, испытывает затруднения при решении практических задач</i> | <i>Базовый уровень</i> | <i>Хорошо</i> |
| <i>Обучающийся частично владеет теоретическими основами дисциплины, не умеет решать задачи или допускает существенные ошибки, не умеет связать теорию с практикой.</i> | <i>Пороговый уровень</i> | <i>Удовлетворительно</i> |
| <i>Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.</i> | <i>–</i> | <i>Неудовлетворительно</i> |

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: *Собеседование по экзаменационным билетам*

| №№ п/п | Темы к текущей аттестации (экзамену) |
|--------|---|
| 1. | Определение высказывания и предиката. |
| 2. | Определение умозаключения, посылок и заключения. |
| 3. | Определение интерпретации и контрпримера. |
| 4. | Определение логического следствия и следствия в теории. |
| 5. | Определение логических связок (с помощью таблиц истинности). |
| 6. | Определение стандартной интерпретации. |
| 7. | Определение логической эквивалентности. |
| 8. | Определение тавтологии. |
| 9. | Определение логического противоречия. |
| 10. | Свойства логического следствия, эквивалентности, тавтологии и противоречия. |
| 11. | Теорема об отрицании, конъюнкции и дизъюнкции. |
| 12. | Теорема об импликации и двойной импликации. |
| 13. | Определение элементарной конъюнкции, днф и сднф. |
| 14. | Определение элементарной дизъюнкции, кнф и скнф. |
| 15. | Теорема о представлении булевой функции в сднф. |
| 16. | Теорема о представлении булевой функции в скнф. |
| 17. | Определение полной системы булевых функций. |
| 18. | Примеры полных и неполных систем булевых функций. |
| 19. | Элементы языка прикладной логики предикатов (перечислить). |
| 20. | Основные свойства кванторов. |
| 21. | Определение ограниченных кванторов. |
| 22. | Правило обобщения. |
| 23. | Два свойства предиката равенства. |
| 24. | Определение квантора существования и единственности. |
| 25. | Теорема о кванторах, отрицании, конъюнкции и дизъюнкции. |
| 26. | Теорема о кванторах и импликации. |
| 27. | Утверждение о EA-формализации. |
| 28. | Проанализировать силлогизм $2ae$ (например). |
| 29. | Аксиомы следования (A1)-(A3) арифметики Пеано. |
| 30. | Непротиворечивость аксиом (A1)-(A3) арифметики Пеано. |
| 31. | Независимость аксиом (A1)-(A3) арифметики Пеано. |
| 32. | Независимость пятого постулата Евклида. |
| 33. | Аксиомы сложения и умножения арифметики Пеано. |
| 34. | Утверждение: $x + Sy = Sx + y$. |
| 35. | Аксиомы и правило вывода исчисления высказываний. |
| 36. | Основные теоремы об исчислении высказываний. |
| 37. | Аксиомы и правила вывода исчисления предикатов. |
| 38. | Основные теоремы об исчислении предикатов. |
| 39. | Основные теоремы о формальной арифметике. |

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя три теоретических вопроса, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков.

Примеры практических заданий

1. Формализовать и проверить: «Для того, чтобы элемент x не принадлежал множеству A , достаточно, чтобы он не принадлежал множеству B . Если x принадлежит множеству C , то он принадлежит A или B . Чтобы x принадлежал множеству B , необходимо, чтобы он принадлежал C . Следовательно, x принадлежит B , если и только если он принадлежит C ».

2. С помощью аксиом Пеано доказать, что $3 + 1 \neq 2$

3. Формализовать и проверить: «Утверждения $Q(a, c)$ и $R(a, c, z)$ оба справедливы при некотором a . Для любых a и b и любого x , удовлетворяющего условию $P(x)$, утверждение $R(a, b, x)$ выполняется в том и только том случае, когда не справедливо $Q(a, b)$. Следовательно, $P(z)$ ложно».

| Критерии оценивания компетенций | Уровень сформированности компетенций | Шкала оценок |
|---|--------------------------------------|----------------------------|
| <i>Обучающийся в полной мере владеет теоретическими основами дисциплины, умеет связать теорию с практикой, умеет доказывать теоремы и решать задачи, владеет математическим аппаратом при решении задач</i> | <i>Повышенный уровень</i> | <i>Отлично</i> |
| <i>Обучающийся владеет теоретическими основами дисциплины; в целом, умеет связать теорию с практикой, умеет доказывать теоремы, но допускает незначительные ошибки, неточности, испытывает затруднения при решении практических задач</i> | <i>Базовый уровень</i> | <i>Хорошо</i> |
| <i>Обучающийся частично владеет теоретическими основами дисциплины, не умеет решать задачи или допускает существенные ошибки, не умеет связать теорию с практикой.</i> | <i>Пороговый уровень</i> | <i>Удовлетворительно</i> |
| <i>Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.</i> | <i>–</i> | <i>Неудовлетворительно</i> |

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1) закрытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

Установите соответствие между законом алгебры логики и выражением, его определяющим.

1. Закон коммутативности

2. Закон дистрибутивности

3. Закон ассоциативности

4. Закон де Моргана

c. $A \text{ и } (B \text{ и } C) \Leftrightarrow (A \text{ и } B) \text{ и } C$

a. $A \text{ или } (B \text{ и } C) \Leftrightarrow (A \text{ или } B) \text{ и } (A \text{ или } C)$

d. $A \text{ или } (A \text{ и } B) \Leftrightarrow A$

e. $A \text{ или } B \Leftrightarrow B \text{ или } A$

b. $\text{не } (A \text{ или } B) \Leftrightarrow (\text{не } A) \text{ и } (\text{не } B)$

Ответ: 1. \leftrightarrow e.; 2. \leftrightarrow a.; 3. \leftrightarrow c.; 4. \leftrightarrow b.

Решение.

$A \text{ или } B \Leftrightarrow B \text{ или } A$ - закон коммутативности дизъюнкции,

$A \text{ или } (B \text{ и } C) \Leftrightarrow (A \text{ или } B) \text{ и } (A \text{ или } C)$ – закон дистрибутивности, дизъюнкции относительно конъюнкции,

$A \text{ и } (B \text{ и } C) \Leftrightarrow (A \text{ и } B) \text{ и } C$ - закон ассоциативности конъюнкции,

$\text{не } (A \text{ или } B) \Leftrightarrow (\text{не } A) \text{ и } (\text{не } B)$ – закон де Моргана,

$A \text{ или } (A \text{ и } B) \Leftrightarrow A$ - закон поглощения,

2) Пусть даны высказывания: A - «число n делится на 2», B - «число n делится на 3», C - «число n делится на 6». Сопоставить следующие высказывания с их формализованной записью.

1. Если число n делится на 2 и делится на 3, то число n делится на 6.

2. Если число n не делится на 2, но делится на 3, то число n не делится на 6.

3. Если неверно, что число n делится на 2 или на 3, то число n не делится на 6.

4. Если число n делится на 6, то число n делится на 3.

a. $(\text{не } A) \text{ или } B \Rightarrow (\text{не } C)$.

b. $A \text{ и } B \Rightarrow C$.

c. $(\text{не } A) \text{ или } (\text{не } B) \Rightarrow (\text{не } C)$.

d. $(\text{не } A) \text{ и } B \Rightarrow (\text{не } C)$.

e. $\text{не } (A \text{ или } B) \Rightarrow (\text{не } C)$.

f. $C \Rightarrow B$.

Ответ: 1. \leftrightarrow b.; 2. \leftrightarrow d.; 3. \leftrightarrow e.; 4. \leftrightarrow f.

Решение.

$A \text{ и } B \Rightarrow C$: Если число n делится на 2 и делится на 3, то число n делится на 6.

$(\text{не } A) \text{ и } B \Rightarrow (\text{не } C)$: Если число n не делится на 2, но делится на 3, то число n не делится на 6.

$\text{не } (A \text{ или } B) \Rightarrow (\text{не } C)$: Если неверно, что число n делится на 2 или на 3, то число n не делится на 6.

$C \Rightarrow B$: Если число n делится на 6, то число n делится на 3.

$(\text{не } A) \text{ или } B \Rightarrow (\text{не } C)$: Если число n не делится на 2 или делится на 3, то число n не делится на 6.

$(\text{не } A) \text{ или } (\text{не } B) \Rightarrow (\text{не } C)$: Если число n не делится на 2 или не делится на 3, то число n не делится на 6.

3) Установите соответствие между названием логической операции и её словесным выражением.

1. Конъюнкция

a. **если ... то**

2. Дизъюнкция

b. **и**

3. Импликация

c. **не**

4. Отрицание

d. **тогда и только тогда, когда**

e. **или**

Ответ: 1. \leftrightarrow b.; 2. \leftrightarrow e.; 3. \leftrightarrow a.; 4. \leftrightarrow c.

Решение.

и – конъюнкция,

или – дизъюнкция,

если ... то – импликация,

не – отрицание,

тогда и только тогда, когда – двойная импликация.

4) Установите соответствие между логически эквивалентными высказываниями.

1. $A \Rightarrow B$.

a. **(не A) и B**.

2. $B \Rightarrow A$.

b. **$(A \text{ и } B) \Rightarrow C$** .

3. $A \Leftrightarrow B$.

c. **$(A \Rightarrow B) \text{ и } (B \Rightarrow A)$** .

4. $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$.

d. **$(\text{не } A) \Rightarrow (\text{не } B)$** .

e. **$(\text{не } A) \text{ или } B$** .

Ответ: 1. \leftrightarrow e.; 2. \leftrightarrow d.; 3. \leftrightarrow c.; 4. \leftrightarrow b.

Решение.

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow ((\text{не } A) \text{ или } B)$$

$$(B \Rightarrow A) \Leftrightarrow ((\text{не } A) \Rightarrow (\text{не } B))$$

$$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \text{ и } (B \Rightarrow A))$$

$$A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Leftrightarrow (A \text{ и } B) \Rightarrow C$$

Логическую эквивалентность нетрудно проверить с помощью таблиц истинности.

5) Установите соответствие между утверждением и верной записью его отрицания через кванторы.

1. Функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 .

2. Функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$.

3. Функция $f(x)$ равномерно непрерывна на отрезке $[a, b]$.

a. $\forall(x_0 \in [a, b])\forall(\varepsilon > 0)\exists(\delta > 0)\forall(x : |x - x_0| < \delta)[|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon]$

b. $\exists(\varepsilon > 0)\forall(\delta > 0)\exists(x : |x - x_0| < \delta)[|f(x) - f(x_0)| \geq \varepsilon]$

c. $\forall(\varepsilon > 0)\exists(\delta > 0)\forall(x : |x - x_0| < \delta)[|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon]$

d. $\exists(\varepsilon > 0)\forall(\delta > 0)\exists(x_1, x_2 \in [a, b] : |x_1 - x_2| < \delta)[|f(x_1) - f(x_2)| \geq \varepsilon]$

e. $\exists(x_0 \in [a, b])\exists(\varepsilon > 0)\forall(\delta > 0)\exists(x : |x - x_0| < \delta)[|f(x) - f(x_0)| \geq \varepsilon]$

f. $\forall(\varepsilon > 0)\exists(\delta > 0)\forall(x_1, x_2 \in [a, b] : |x_1 - x_2| < \delta)[|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon]$

Ответ: 1. \leftrightarrow b.; 2. \leftrightarrow e.; 3. \leftrightarrow d.

Решение.

1. Функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 ; запись в кванторах

$\forall(\varepsilon > 0)\exists(\delta > 0)\forall(x : |x - x_0| < \delta)[|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon]$; результат пронесения отрицания через кванторы $\exists(\varepsilon > 0)\forall(\delta > 0)\exists(x : |x - x_0| < \delta)[|f(x) - f(x_0)| \geq \varepsilon]$.

2. Функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$; запись в кванто-

рах $\forall(x_0 \in [a, b])\forall(\varepsilon > 0)\exists(\delta > 0)\forall(x : |x - x_0| < \delta)[|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon]$; результат пронесения отрицания через кванторы $\exists(x_0 \in [a, b])\exists(\varepsilon > 0)\forall(\delta > 0)\exists(x : |x - x_0| < \delta)[|f(x) - f(x_0)| \geq \varepsilon]$.

3. Функция $f(x)$ равномерно непрерывна на отрезке $[a, b]$; запись в кванторах

$\forall(\varepsilon > 0)\exists(\delta > 0)\forall(x_1, x_2 \in [a, b] : |x_1 - x_2| < \delta)[|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon]$; результат пронесения отрицания через кванторы $\exists(\varepsilon > 0)\forall(\delta > 0)\exists(x_1, x_2 \in [a, b] : |x_1 - x_2| < \delta)[|f(x_1) - f(x_2)| \geq \varepsilon]$.

2) открытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1) Верно, что логическую функцию $A \downarrow B = \text{не} (A \text{ и } B)$ называют стрелкой Пирса?

Ответ: неверно.

Решение. Эту операцию называют штрих Шеффера, а стрелкой Пирса называют $A \downarrow B = \text{не} (A \text{ или } B)$.

2) Верно ли, что логическая формула $(A \downarrow B) \downarrow (A \downarrow B)$ эквивалентна конъюнкции $A \text{ и } B$?

Ответ: верно.

Решение. $A \text{ и } B \Leftrightarrow \overline{\overline{A \text{ и } B}} \Leftrightarrow \overline{A \downarrow B} \Leftrightarrow (A \downarrow B) \downarrow (A \downarrow B)$.

3) Верно ли, что логическая формула $(A \downarrow B) \downarrow (A \downarrow B)$ эквивалентна дизъюнкции $A \text{ или } B$?

Ответ: верно.

Решение. $A \text{ или } B \Leftrightarrow \overline{\overline{A \text{ или } B}} \Leftrightarrow \overline{A \downarrow B} \Leftrightarrow (A \downarrow B) \downarrow (A \downarrow B)$.

4) Верно ли, что ограниченный квантор $\forall (x : A(x)) B(x)$ по определению считается равным неограниченному квантору $\forall (x) [A(x) \Rightarrow B(x)]$?

Ответ: верно.

Решение. Верно по определению.

15) Верно ли, что ограниченный квантор $\exists (x : A(x)) B(x)$ по определению считается равным неограниченному квантору $\exists (x) [A(x) \Rightarrow B(x)]$?

Ответ: неверно.

Решение. Ограниченный квантор $\exists (x : A(x)) B(x)$ по определению считается равным неограниченному квантору $\exists (x) [A(x) \text{ и } B(x)]$, который не эквивалентен $\exists (x) [A(x) \Rightarrow B(x)]$, поскольку конъюнкция не эквивалентна импликации.

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов – указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;

- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).